



## MATEMÁTICA FINANCEIRA

### JUROS SIMPLES

#### DEFINIÇÕES:

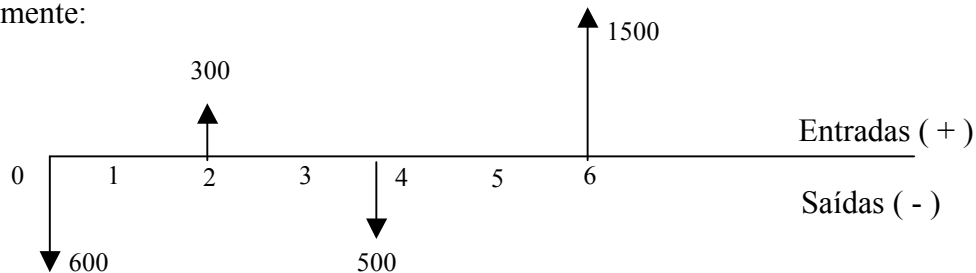
**Taxa de juros:** o juro é determinado através de um coeficiente referido a um dado intervalo de tempo. Ele corresponde à remuneração da unidade de capital empregado por prazo igual àquele da taxa.

Forma percentual: Exemplo: 12% ao ano

Forma unitária :  $12/100 = 0,01$  ao ano.

#### Diagramas de capital no tempo

Os problemas financeiros se resumem em um fluxo de entradas e saídas de dinheiro no tempo. Tal fluxo é denominado “fluxo de caixa” e pode ser representado graficamente:



O gráfico facilita a visualização da situação do fluxo de caixa onde pode ser observado as entradas e saídas de dinheiro no decorrer do tempo. Conforme a convenção temos:

- reta horizontal: representa a escala de tempo aumentando da esquerda para a direita
- flechas indicam as entradas e saídas de dinheiro. A flecha para baixo indica saída de dinheiro (valor negativo), enquanto que a flecha para cima indica entrada de dinheiro (valor positivo).

No cálculo dos juros simples, a remuneração pelo capital inicial aplicado, também chamado de principal é diretamente proporcional ao seu valor e ao tempo de aplicação. O fator de proporcionalidade é a taxa de juros.

$$J = C.i. t$$

sendo: J = Juros

C = Capital inicial

t = tempo de aplicação

$i$  = taxa de juros

### MONTANTE

Representa o valor do capital acrescido dos juros provenientes da operação:

$$M = C + J \text{ (montante = capital + juros)}$$

$$M = C (1 + i.t)$$

### Taxa proporcional

$$\underline{i_1} = \underline{n_1}$$

$$\underline{i_2} = \underline{n_2}$$

$$\text{ou } \underline{i_1} \cdot \underline{n_2} = \underline{i_2} \cdot \underline{n_1}$$

Verificar se as taxas de 5% ao trimestre e 20% ao ano são proporcionais:

$$\underline{i_1} = 5\% \text{ ao trimestre} \quad \underline{n_1} = 3 \text{ meses}$$

$$\underline{i_2} = 20\% \text{ ao ano} \quad \underline{n_2} = 12 \text{ meses}$$

$$\frac{0,05}{0,20} = \frac{3}{12}$$

### JUROS EXATOS E JUROS COMERCIAIS

As aplicações normalmente são fixados em dias. Em aplicações de curto prazo geralmente é adotado juros simples, tornando-se necessário calcular a taxa proporcional referente a um dia.

Em tais circunstâncias pode-se adotar:

- a) ano civil: 365 dias
- b) ano comercial: 360 dias.

Na prática costuma-se adotar o ano comercial onde o ano possui 360 dias e o mês de 30 dias. Por outro lado, a contagem dos dias deve ser exata, sendo necessário levar em conta a existência de anos bissextos.

### EXERCICIOS

- 1) Qual o juro produzido por um capital de R\$ 2.000,00 em 4 meses à taxa de 2% am.?  
*Resp: R\$ 160,00*
- 2) Determinar os juros produzidos por um capital de R\$ 2.000,00 aplicado durante 3 anos à taxa de 4% aa ? *Resp: 240,00*
- 3) Determinar os juros produzidos por um capital de R\$ 2.000,00 aplicado durante 3 meses à taxa de 18% aa? *R\$ 90,00*
- 4) Determinar os juros produzidos por um capital de R\$ 4.000,00 aplicado durante 2 anos à taxa de 2% am ? *R\$ 1.920,00*

- 5) Qual os juros produzidos por um capital de R\$ 9.000,00 à taxa de 4% aa, em 1 ano, 2 meses e 20 dias. *Resp: R\$ 440,00*
- 6) Calcular o capital que em 1 ano 2 meses e 20 dias, aplicados à taxa de 3% am, renda R\$ 352,00 ? *R\$ 800,00*
- 7) A que taxa anual esteve colocado o capital de R\$ 2.400,00, para em um ano, quatro meses, renda R\$ 800,00 ? *Resp: 25%aa*
- 8) A que taxa anual se deve aplicar certo capital, para no fim de 5 anos, produzir juros iguais a 4/8 de si mesmo ? *Resp: 10%aa*
- 9) Em quanto tempo, um capital de R\$ 2.000,00 rende R\$ 4.000,00 de juros à taxa de 5% aa.? *Resp: 40 anos*
- 10) Um capital está para os seus juros como 8 está par 1. Determinar o tempo a que esteve emprestado, sabendo-se que a taxa de juros é de 6% aa. *Resp: 2a 1m*

### **MONTANTE**

- 11) Calcular o capital que à taxa de 4% aa, em 2 anos, elevou-se a R\$ 2.160,00. *Resp: R\$ 2.000,00*
- 12) Determinar o capital que, aplicado à taxa de 3,6% aa, durante 1 ano e 3 meses, produziu um montante de R\$ 77.330,00. *Resp: R\$ 74.000,00*
- 13) Depositou-se certa importância, à taxa de 4% aa, e retirou-se, depois de determinado tempo, R\$ 1.440,00 de capital e juros. Sabendo que os juros representam 1/5 do capital, calcular o tempo. *Resp: 5 anos*
- 14) Depositada certa quantia num Banco, à taxa de 5% aa, no fim de 1 ano e 3 meses, elevou-se a R\$ 2.550,00. Determinar os juros produzidos. *R\$ 150,00*

### **DIVERSOS**

- 15) Determinar os juros produzidos por um capital de R\$ 6.000,00 à taxa de 3,5% aa, em 4 anos ? *Resp: R\$ 840,00*
- 16) Determinar o juros produzidos por um capital de R\$ 2.100,00 à taxa de 6,2% aa, em 3 anos e 4 meses. *Resp: R\$ 434,00*
- 17) Determinar os juros obtidos por um capital de R\$ 1.800,00 à taxa de 5% aa, em 3 anos, 8 meses e 10 dias. *Resp: R\$ 332,50*
- 18) Que capital produz R\$ 295,00 de juros, empregado a 4,8 % aa em 1 ano, 7 meses e 20 dias? *Resp: R\$ 3.750,00*
- 19) Determinar o capital, que, aplicado à taxa de 1,75% am, produz R\$ 357,00 de rendimentos em 5 meses e 20 dias. *Resp: R\$ 3.600,00*
- 20) Que quantia devo colocar a 6% aa, durante 4 meses, para ter os mesmos juros produzidos por R\$ 500,00 à taxa de 9% aa? *Resp R\$ 750,00*
- 21) A que taxa anual foi empregada o capital de R\$ 2.400,00 para em dois anos, nove meses e dezoito dias, renda R\$ 403,20 ? *Resp: 6 % aa*
- 22) Emprestei R\$ 5.500,00 durante 120 dias, e recebi juros de R\$ 55,00. Qual a taxa mensal aplicada? *Resp: 0,25% am.*
- 23) Determinar o tempo aplicado de um capital de R\$ 1.000,00 à taxa de 3% aa, rende juros de R\$ 120,00. *Resp: 4 anos*

- 24) Ao fim de quanto tempo ficará duplicado um capital empregado a 10% aa ? *Resp: 10 anos*

### DESCONTO

- 1) Determinar o desconto por fora sofrido por uma letra de R\$ 5.000,00 à taxa de 5% aa, descontada 5 anos antes de seu vencimento. *Resp: R\$ 1.250,00*
- 2) Uma letra de R\$ 24.000,00 foi apresentada a desconto por fora 45 dias antes de seu vencimento à taxa de 8% aa. Determinar o desconto. *Resp: R\$ 240,00*
- 3) Apresentou-se uma letra para desconto por fora, um ano antes do seu vencimento, à taxa de 12% aa, sofrendo a mesma R\$ 2.880,00 de desconto. Determinar o valor da letra. *Resp: R\$ 24.000,00.*
- 4) Um título no valor de R\$ 9.000,00 foi descontada 45 dias antes do seu vencimento, sofrendo um desconto de R\$ 135,00. Determinar a taxa mensal empregada na operação. *Resp. 1% am.*
- 5) Descontou-se um título de R\$ 24.000,00 à taxa de 12% aa, tendo apresentado um desconto de R\$ 2.880,00. Determinar o tempo. *Resp. 1 ano*
- 6) Em quantos meses uma letra de R\$ 2.400,00 descontada por fora, à taxa de 0,75% am, dá o desconto de R\$ 90,00 ? *Resp: 5 meses.*
- 7) Uma letra, descontada por fora, à taxa de 0,5% am, produziu o desconto equivalente a 1/40 de si mesma. Determinar o tempo. *Resp: 5 meses.*
- 8) Uma duplicata descontada à taxa de 9% aa, 90 dias antes de seu vencimento, reduziu-se a R\$ 5.865,00. Determinar o valor nominal. *Resp: R\$ 6.000,00*
- 9) Uma duplicata, que sofreu o desconto por fora de R\$ 500,00 à taxa de 9% aa, produziu o líquido de R\$ 49.500,00. Determinar o prazo da operação. *Resp: 40 dias.*

### DESCONTO POR DENTRO

- 10) Calcular o desconto for dentro sofrido por uma letra de R\$ 832,00 descontada à taxa de 6% aa, 8 meses antes de seu vencimento. *Resp: R\$ 32,00.*
- 11) Determinar o valor nominal de uma letra, descontada por dentro à taxa de 8% aa, um mês e 15 dias antes de seu vencimento, e que apresentou o desconto de R\$ 40,00? *Resp: R\$ 4.040,00*
- 12) Uma letra de R\$ 3.187,50, descontada por dentro à taxa de 5% aa sofreu um desconto de R\$ 187,50. Determinar o tempo. *Resp. 1 ano e 3 meses.*

### DIVERSOS

- 13) Achar o valor nominal de uma letra negociada a 8% aa, 3 meses de seu vencimento, sabendo-se que a diferença entre o desconto por fora e por dentro é de R\$ 4,00? *Resp: R\$ 10.200,00*
- 14) A que taxa anual uma letra de R\$ 200.000,00 em 8 meses dá R\$ 6.000,00 de desconto por fora? *Resp: 4,5% aa.*
- 15) Em que prazo uma letra de R\$ 100.000,00 descontada por fora a taxa de 6% aa, dá R\$ 9.400,00 de desconto? *Resp. 1 ano 6 meses e 24 dias.*
- 16) Uma letra pagável no dia 15 de junho apresentada a desconto por fora, a taxa de 6% aa no dia 4/04 precedente produziu R\$ 790,40 de líquido. Qual o valor nominal dessa letra? *Resp. R\$ 800,00.*

- 17) Uma letra de R\$ 181.000,00 descontada por dentro 40 dias antes de seu vencimento sofre um desconto de R\$ 1.000,00. qual foi a taxa anual usada na operação? *Resp: 5% aa.*
- 18) Determinar o desconto por dentro sofrido por uma letra que descontada a 2,5% ao semestre, 80 dias antes do seu vencimento produziu o líquido de R\$ 1800,00. *Resp. R\$ 20,00*
- 19) A diferença entre o desconto comercial e o racional de uma letra pagável em 3 meses, à taxa de 5% aa é de R\$ 37,50. Determinar o valor nominal da letra. *Resp: R\$ 243.000,00*
- 20) Uma aplicação deve vencer dentro de 60 dias, sendo seu valor de resgate de R\$ 1.000,00. Caso se desejasse substituir este título por outro vencível em 90 dias, qual seria o valor do novo título, adotando-se a taxa de desconto comercial de 24% aa e a data focal atual? *Resp: R\$ 1.021,28*
- 21) Dois títulos, um de R\$ 5.000,00 vencível em 30 dias e outro de R\$ 8.000,00 vencível em 90 dias, devem ser substituídos por dois outros títulos, um de R\$ 6.000,00 vencível em 60 dias e outro vencível em 90 dias. Qual deve ser o valor deste segundo título, considerando a operação de desconto por fora cuja taxa é de 5% am. Nas seguintes condições:
- a) data focal "zero" *Resp: R\$ 7.235,29*
- b) data focal 30 dias *Resp: R\$ 7.222,22*
- c) data focal 60 dias. *Resp: R\$ 7.224,38*

## JUROS COMPOSTOS

No regime de juros compostos o juro gerado em um período será incorporado ao capital passando a participar da geração dos juros do período seguinte. Desta forma dizemos que os juros são capitalizados. Assim, o cálculo dos juros é feito não somente sobre o capital inicial, como é feito em juros simples, mas também sobre os juros de cada período.

Ex: Imagine a seguinte aplicação:

Capital inicial R\$ 1.000,00

Juros de 10% aa

n = 3 anos

	<b>Juros Simples</b>		<b>Juros Compostos</b>	
n	juros por período	Montante	juros por período	Montante
1	$1.000 \times 0,1 = 100$	1.100	$1.000 \times 0,1 = 100$	1.100
2	$1.000 \times 0,1 = 100$	1.200	$1.100 \times 0,1 = 110$	1.210
3	$1.000 \times 0,1 = 100$	1.300	$1.210 \times 0,1 = 121$	1.331

Fórmula Geral

$$S = P \cdot (1 + i)^n$$

S = Montante ou Valor Nominal

P = Valor atual, Valor Principal

i = taxa de juros corrente

n = número de períodos de capitalização

Exemplo:

- 1) Uma pessoa aplica R\$ 1.000,00 durante 3 meses à uma taxa de juros de 10% am no regime de juros compostos. Determinar o montante obtido.

### Cálculo dos Juros

$$\text{Juros} = S - P$$

$$\text{Juros} = P ( 1 + i )^n - P$$

$$\text{Juros} = P \cdot [ ( 1 + i )^n - 1 ]$$

### Exercícios

- 1) Calcular o montante de uma aplicação de uma aplicação de R\$ 10.000,00 nas seguintes condições de juros compostos:
- a)  $i = 20\%$  aa pelo prazo de 5 anos
  - b)  $i = 5\%$  aa pelo prazo de 3 anos e meio
  - c)  $i = 2,5\%$  aa pelo prazo de 1 ano
- 2) Determinar os juros obtidos em uma aplicação de R\$ 1.500,00 nas seguintes condições:
- a)  $i = 10\%$  aa pelo prazo de 10 anos
  - b)  $i = 8\%$  ao trimestre pelo prazo de 18 meses
- 3) Se eu quiser comprar um carro no valor de R\$ 6.000,00, quanto devo aplicar para que daqui a dois anos possua este valor? Considerar as seguintes condições de taxa:
- a)  $2,5\%$  am *Resp: R\$ 3.317,25*
  - b)  $10\%$  ao semestre *Resp: R\$ 4.098,08*
  - c)  $20\%$  ao ano. *Resp: R\$ 4.166,67*
- 4) Qual é a taxa de juros mensal recebida por um investidor que aplica R\$ 1.000,00 e resgata os montantes nas seguintes condições
- a) R\$ 1.076,89 em 3 meses *Resp: 2,5% ao mês*
  - b) R\$ 1.125,51 em 4 meses *Resp: 3% ao mês*
  - c) R\$ 1.340,10 em 6 meses *Resp: 5% ao mês*
- 5) Uma pessoa aplicou R\$ 15.000,00 e após um ano recebeu R\$ 18.782,87 de juros. Qual foi a taxa de juros mensal paga pela financeira onde o dinheiro foi aplicado? *Resp: 7% ao mês.*
- 5) Qual a taxa de juros mensal paga por uma instituição onde o aplicador recebeu, após 2 anos, o montante de R\$ 45.666,57, sendo R\$ 25.666,57 referente a juros? *Resp: 3,5% ao mês.*
- 6) Um investidor aplicou R\$ 25.000,00 em um banco que paga 3% am. Após certo período de tempo, ele recebeu R\$ 35.644,02, estando neste valor incluídos os juros creditados e o capital investido. Em quantos meses o dinheiro aplicado? *Resp: 12 meses*
- 7) Um apartamento é vendido, à vista, por R\$ 220.000,00. Caso o comprador opte por pagar em uma única parcela após certo período de tempo, o vendedor exige R\$ 61.618,59 como juros, pois quer ganhar 2,5% am. Qual é o prazo de financiamento na hipótese acima? *Resp: 10 meses*
- 8) Um corretor de títulos propõe a seu cliente uma aplicação cuja rentabilidade é de 40% aa. Se o investidor souber de outra alternativa onde possa ganhar 9% ao trimestre, qual será a sua escolha? *Resp: 8,78% at, melhor a Segunda alternativa.*

- 9) O preço de uma mercadoria é de R\$ 2.000,00, sendo financiada até 3 meses, ou seja, o comprador tem 3 meses como prazo limite para efetuar o pagamento. Caso opte por pagar à vista, a loja oferece um desconto de 10%. Sabendo-se que a taxa de mercado é de 40% aa, vale a pena comprar à prazo ? *Resp: Melhor comprar à vista pois a taxa equivalente anual é de 52,41%aa.*
- 10) Ao resgatar um título, após 6 meses da aplicação, o investidor recebeu R\$ 25.083,86. Tendo sido informado de que este montante incluía R\$ 3.083,86 referente aos juros creditados, deseja saber que taxa anual de juros ganhou? *Resp: 30% aa.*
- 11) João aplicou certa quantia e após 18 meses verificou que o montante importava em R\$ 5.590,17. Qual foi o valor investido, uma vez que a taxa de aplicação foi de 25% aa? Considerar convenção exponencial. *Resp: R\$ 4.000,00*
- 12) Uma pessoa investiu R\$ 15.000,00 à taxa de 30% aa e após certo tempo recebeu o montante de R\$ 30.195,36. Quanto tempo o capital ficou aplicado? Considerar convenção exponencial. *Resp: 2 anos e 8 meses.*
- 13) A taxa de juros cobrada pelo Banco A é de 30% aa, sendo sua capitalização anual. O Banco B, numa campanha promocional, informa que a sua taxa é de 27% aa, tendo como algo a diferenciá-la apenas o fato de sua capitalização ser mensal. Qual é a melhor taxa para o cliente? *Resp: melhor opção para o cliente é o Banco A. O banco B oferece uma taxa de 30,61% aa.*
- 14) Uma empresa empresta R\$ 500.000,00 de um banco cuja taxa de juros é de 21%aa, com capitalização quadrimestrais. Quanto deverá devolver ao fim de 2 anos? *Resp: R\$ 750.365,00*
- 15) Quanto deve uma pessoa depositar em um banco que paga 24% aa com capitalizações bimestrais, para que ao fim de 5 anos possua R\$ 200.000,00? *Resp: R\$ 61.663,72*
- 16) Um sítio é posto à venda por R\$ 50.000,00 de entrada e R\$ 100.000,00 em 1 ano. Como opção o vendedor pede R\$ 124.000,00 à vista. Se a taxa de juros de mercado é de 2,5% am, qual a melhor alternativa ? *Resp: à vista*
- 17) Certa loja vende um conjunto de som por R\$ 10.000,00,. Podendo o pagamento ser efetuado sem nenhum acréscimo daqui a 4 meses. Contudo, se o cliente optar pelo pagamento à vista será bonificado com um abatimento de 10%. O custo de um empréstimo pessoal é de 2,7% am. Nestas condições vale a pena comprar à prazo? *Resp: Sim, pois a taxa é de 2,669% am.*
- 18) Uma aplicação em Caderneta de Poupança rende R\$ 500,00 sobre um capital de R\$ 800,00 em 1 ano e 3 meses. Qual é a taxa de rentabilidade anual? *Resp: 47,46% aa*
- 19) Um investidor aplicou R\$ 5.000,00 no dia 17 de dezembro de 2006 com vencimento para 26 de janeiro de 2007, em um CDB que paga uma taxa de juros de 2% a.m. Determinar:  
a) o valor do resgate;  
b) observando-se o regime de competência previsto na contabilidade,

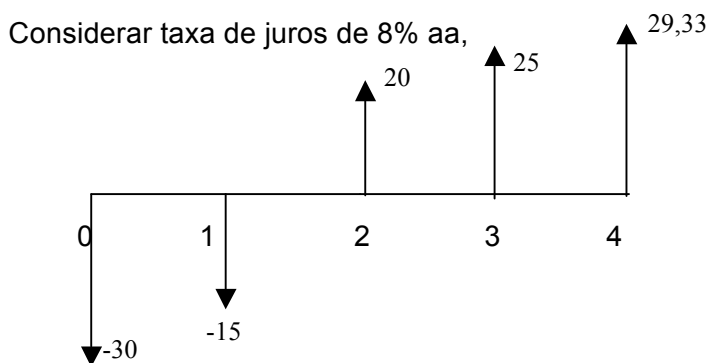
b.1) qual o valor dos rendimentos que devem ser computados para os ano de 2006?

b.2) qual o valor dos rendimentos que devem ser computados para os ano de 2006??

**VALOR PRESENTE LÍQUIDO ( VPL ) E TAXA INTERNA DE RETORNO ( TIR )**

Imagine o seguinte fluxo de caixa. Este investimento prevê saídas de recursos (sinal negativo) e entrada de recursos ( sinal positivo).

R\$ \ Anos	0	1	2	3	4
Entradas (1)	-	5	25	25	29,33
Saídas (2)	30	20	5	-	-
Saldo (1) - (2)	- 30	- 15	20	25	29,33



VAL = R\$ 14,66

Ou seja, o investimento feito à taxa de juros do mercado, oferece uma remuneração de R\$ 14,66 de lucro na data focal 0. Quanto maior o valor atual positivo, mais compensador é o investimento. Por outro lado, se o valor atual for negativo, quanto maior seu valor mais prejuízo dará o resultado do investimento. Se alterarmos a taxa de juros do investimento, alterará o valor atual do investimento acima. Desta forma devemos procurar uma taxa de juros que torne o valor atual nulo. A esta taxa de juros denomina-se Taxa de Retorno do investimento.

Se calcularmos o valor atual conforme variamos a taxa obteremos:

Taxa ( % aa )	Valor atual ( R\$ )
0	29,33
10	11,71
20	0,00
30	- 8,06
40	- 13,77

Como pode-se verificar na tabela o valor atual passa de positivo para negativo entre as taxas de 10% aa e 30% aa.

Devemos através de sucessivas tentativas encontra a taxa que mais aproxima o valor atual a zero adotando a seguinte técnica

$$\frac{TR - 30}{10 - 30} = \frac{0 - 8,06}{11,71 - (- 8,06)} \quad TR = 21,85$$



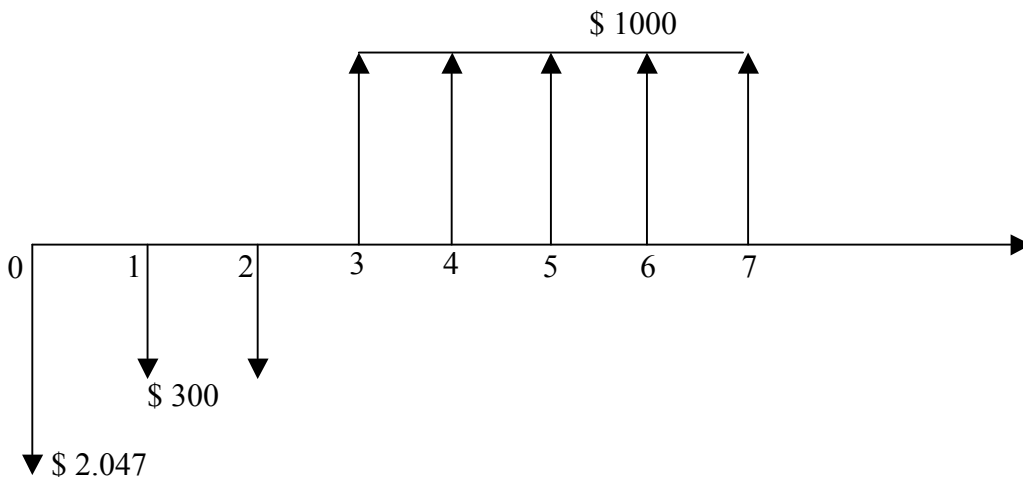
Calculamos novo Valor atual.  $V1 = - 1,71$

Substituímos na fórmula acima, e assim sucessivamente até que o valor atual se aproxime a zero. A taxa final obtida ficará em torno de 20% aa.

Na decisão de investimento devemos escolher aquele que dê a maior taxa de retorno ou Taxa interna de retorno.

Exercícios:

Um investimento foi realizado da seguinte forma: um valor inicial de \$ 2.047,00, dois desembolsos anuais de \$ 300,00. Este investimento gerou um retorno de \$ 1.000 durante 5 anos consecutivos.



Nestas condições determine:

- a) VPL para a taxa mínima de atratividade de 5% aa.
- b) VPL para a taxa mínima de atratividade de 30% aa.
- c) A TIR.

Resp: a) R\$ 1.322,14  
b) R\$ - 1.014,00